Olimpíada Paraibana de Matemática 2025

Nível 2

8º e 9º Ano

Escola/Colégio

Série

Nome do professor responsável

Nome do aluno completo

Instruções para a prova:

1. Preencha atentamente todos os seus dados nos quadros acima. Utilize letra de forma, colocando uma letra/dígito em cada quadradinho e deixando um espaço em branco entre cada palavra.
2. A duração da prova é de 3 horas. Ao terminar a prova entregue-a ao aplicador.
3. A prova pode ser feita a lápis ou caneta.
4. Cada questão vale vinte (20) pontos.
5. A solução de cada questão deve ser escrita de maneira organizada e legível. Na correção serão considerados todos os raciocínios que você apresentar. Tente resolver o maior número possível de itens de todas as questões.
6. Todas as suas respostas devem ser justificadas. Respostas sem justificativas receberão uma pontuação inferior.
7. Não é permitido o uso de calculadoras, aparelhos eletrônicos ou qualquer fonte de consulta.
8. Não é permitido comunicar-se com outras pessoas, além do aplicador.
9. Não risque ou preencha o campo reservado para a correção da prova.
10. Lembre-se de assinar a lista de presença ao entregar a prova.
11. O não cumprimento de alguma destas regras implica na sua desclassificação.

ESPAÇO RESERVADO PARA A CORREÇÃO DA PROVA

Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Total

Realização:

UEPB

INSTITUTO FEDERAL Paraíba

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

GOVERNO DA PARAÍBA

Apoio:

SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA JOÃO PESSOA PREFEITURA

Associação Olimpíada Brasileira de Matemática

stone

Prova - Nível 2

1. (20 pontos) Determine todos os números de 4 algarismos que são múltiplos de 28 e terminam em 28.

2. (20 pontos) Sejam x e y números reais positivos tais que:

$$x^2 + \frac{1}{y^2} = 5 \quad \text{e} \quad y^2 + \frac{1}{x^2} = 5. \qquad (*)$$

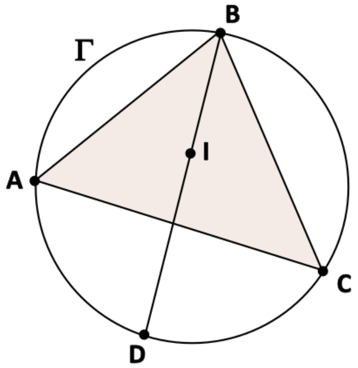
   Determine o valor de $x^2 + y^2$.

   Obs.: Dois números reais x e y satisfazendo $(*)$ são chamados de quadrados recíprocos.

3. (20 pontos) Seja ABC um triângulo qualquer e I o incentro do triângulo ABC. Seja Γ a circunferência circunscrita ao triângulo ABC e D um ponto pertencente à circunferência Γ, conforme figura abaixo.

   Mostre que

$$\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{DI}.$$

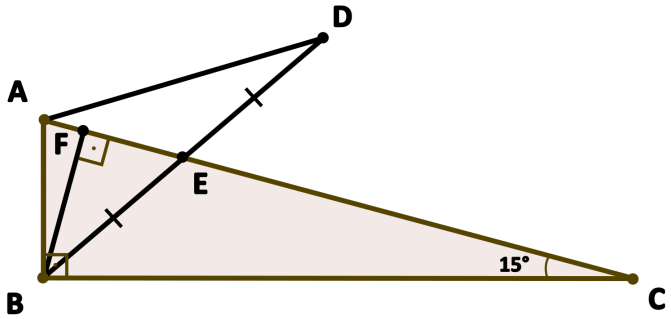


   Obs.: Em um triângulo, o incentro (denotado por I) é o ponto de interseção das três bissetrizes internas, caracterizado por estar equidistante de todos os lados do triângulo.

4. (20 pontos) Sabendo que o número $N = 1111\cdots11$ possui 2025 dígitos, todos iguais a 1, determine o resto da divisão de N por 7.

5. (20 pontos) O terreno de uma fazenda é formado pela união dos triângulos ABC e AED, conforme figura abaixo. Sabendo que $\overline{AC} = 2\overline{AD}$, que $\overline{BE} = \overline{ED}$, que o triângulo ABC é retângulo em B e que F é o pé da perpendicular traçada de B até $\overline{AC}$ (isto é, $\overline{BF}$ é a altura do triângulo retângulo ABC relativa à hipotenusa):

   (a) Mostre que $\overline{BF} = \frac{\overline{AC}}{4}$.
   (b) Qual a medida do ângulo $\measuredangle C\widehat{A}D$?



   Obs.: Para o item a) você pode usar que, dado um ângulo qualquer θ, vale a identidade $sen\,(2\theta) = 2sen\,\theta\cos\theta$.